Realschule Wahlstedt: Mathematik

Formelsammlung

Inhalt:

Termumformungen	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	1. Binomische Formel
	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	2. Binomische Formel
	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$	3. Binomische Formel

Potenzen und Wurzeln

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$		$\sqrt[n]{a^n} = a$	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
$a^m : a^n = a^{m-n}$	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$a^0 = 1$	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	$a^{n-1} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$		$\sqrt[m]{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$	$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

Quadratische Gleichung

Normalform: **$x^2 + px + q = 0$** **=>** $x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \vee \quad x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 0$ => 1 Lösung	$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q > 0$ => 2 Lösg.	$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q < 0$ => keine Lösung	Zerlegung in Linearfaktoren: $(x - x_1)(x - x_2) = 0$ $L_{(x)} = \{x_1, x_2\}$	Satz von Vieta: $x_1 + x_2 = -p$ $x_1 \cdot x_2 = q$

Logarithmen

$$\log_a b = x \quad \Leftrightarrow \quad a^x = b \qquad (a, b > 0 \quad \text{und} \quad a \neq 1)$$

$\log_a a = 1$	$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$	$\log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \cdot \log a$
$\log_a 1 = 0$	$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$	$\log x = \log_{10} x$
$\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$	$\log a^n = n \cdot \log a$	$\ln x = \log_e x$ (e = 2,718281828459…)
Umrechnung zur Basis 10: $\log_a x = \frac{\log_{10} x}{\log_{10} a}$		

Zinseszins und Wachstum

$K_n = K \cdot q^n \quad q = 1 + \frac{p}{100}$	Endwert einer einmaligen Zahlung K nach n Jahren bei p% Verzinsung, Anfangswert K, Faktor q, Anzahl der Jahre n
$K_n = R\left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$	Endwert regelmäßiger nachschüssiger Zahlungen, Rate R
$K_n = \frac{R \cdot q^{n-1}}{q - 1}$	Endwert regelmäßiger vorschüssiger Zahlungen
$y = a \cdot b^{\frac{x}{d}}$	Wachstumsfunktion, Anfangswert a, Wachstumsfaktor b, Vervielfachungsweite d

Flächensätze

Satz des Pythagoras	*Höhensatz*	*Kathetensatz*
$a^2 + b^2 = c^2$	$h^2 = p\,q$	$a^2 = c\,p$ $\quad b^2 = c\,q$

Flächen

Allgemeines Dreieck: $A = \frac{g \cdot h}{2}$	***Rechtwinkliges Dreieck:*** $A = \frac{a \cdot b}{2}$

Quadrat	*Rechteck*	*Parallelogramm*	*Raute*	*Drachen*	*Trapez*
$A = a^2$	$A = a \cdot b$	$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$	$A = \frac{e \cdot f}{2}$	$A = \frac{e \cdot f}{2}$	$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$
$U = 4a$	$U = 2(a+b)$	$U = 2(a+b)$	$U = 4a$	$U = 2(a+b)$	$U = a+b+c+d$

Kreis und Kreisteile

Kreis-Fläche	*Kreis-Umfang*	*Kreisausschnitt (Sektor)*		
$A = \pi \cdot r^2 \quad = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$	$U = 2 \cdot \pi \cdot r \quad = \pi \cdot d$	$A = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360°}$	$A = \frac{b \cdot r}{2}$	$b = \frac{\pi \cdot r \cdot \alpha}{180°}$

Körperberechnung

Pyramide	$O = G + M$	$V = \frac{1}{3} G \cdot h_k$	
Pyramidenstumpf	$V = \frac{1}{3} \cdot h_k \cdot \left(G_1 + \sqrt{G_1 \cdot G_2} + G_2\right)$		
Zylinder	$M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h_k$	$O = M + 2G$	$V = G \cdot h_k$
Kegel	$M = \pi \cdot r \cdot s$	$O = G + M$	$V = \frac{1}{3} G \cdot h_k$
Kegelstumpf	$M = \pi \cdot s \cdot (r_1 + r_2)$	$V = \frac{1}{3} \pi \cdot h_k \cdot \left(r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2\right)$	
Kugel	$O = 4\pi \cdot r^2$	$V = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3$	

Kugel-Ausschnitt (-Sektor)	*Kugel-Abschnitt (-Segment)*	*Kugelkappe*
$V = \frac{2}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h_k$	$V = \frac{1}{3} \pi \cdot h_k^2 \cdot (3r - h_k)$	$A = 2\pi \cdot r \cdot h_k$

Funktionen

$x \to y$ $\quad x \to f(x)$ $\quad$ ***y = f (x)*** $(x \in D, \quad y \in W)$	**Definition:** Die Elemente x einer Definitionsmenge D werden durch eine Zuordnungsvorschrift f den Elementen y einer Wertemenge W zugeordnet, so dass jedem Element y ∏ D genau ein Element y ∏ W entspricht.
y = mx + b	**Lineare Funktion:** DieGraphen dieser Funktionen stellen Geraden dar, die durch den Steigungsfaktor m und die Verschiebung b auf der y-Achse gekennzeichnet sind.

Scheitelpunkt von Parabeln : y = t · [(x – s)² + r] --> S(s/t ·r)

Trigonometrie

Definitionen für spitze Winkel (im rechtwinkligen $\triangle ABC$ mit $\gamma = 90°$)	$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{Gegenkathete}{Hypotenuse}$	$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{Ankathete}{Hypotenuse}$	
	$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{Gegenkathete}{Ankathete}$	$\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{Ankathete}{Gegenkathete}$	
Beziehungen zwischen den Kreisfunktionen			
$\sin\alpha = \cos(90° - \alpha)$	$\tan\alpha = \frac{1}{\cot\alpha}, \alpha \neq 90°$	$\cos\alpha = \sin(90° - \alpha)$	
$\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}, \quad \alpha \neq 0°$	$\tan\alpha = \cot(90° - \alpha)$	$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, \quad \alpha \neq 90°$	
Sinussatz	**Kosinussatz**	**Flächeninhalt eines Dreiecks**	
$a : b : c = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$ $\frac{a}{b} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ $\frac{a}{c} = \frac{\sin\alpha}{\sin\gamma}$ $\frac{b}{c} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma}$ $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2r$	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$ $s_1^2 = s_2^2 + s_3^2 - 2 \cdot s_2 \cdot s_2 \cdot \cos(s_2 / s_3)$	$A = \frac{1}{2} s_1 \cdot s_2 \bullet \sin(s_1 / s_2)$	

Reihen

<u>Arithmetische Reihe:</u>	**Endglied** $a_n = a_1 + (n-1)d$	
Arithm. Mittel $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$	**Summe** $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ **oder:**	$s_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$
<u>Geometrische Reihe:</u>	**Endglied** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	
Geometrische Mittel $a_n = \sqrt{a_{n-1} \cdot a_{n+1}}$	**Summe (q >1)** $s_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q-1}$	**Summe (q <1)** $s_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$
Unendliche geometrische Reihe	**Summe** $s_n = \frac{a_1}{1-q} \quad (q < 1, n \to \infty)$	

Kombinatorik/Wahrscheinlichkeit

	Sprechweise:	**Nebenbedingung für n und k:**
$w = \frac{g}{n}$, wobei $0 \leq w \leq 1$ $\overline{w} = 1 - w$ „Gegenwahrscheinlichkeit“	Die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Ergebnis eintritt, ist definiert als Quotient aus der Anzahl der günstigen Fälle g und der Anzahl n der möglichen Fälle. Wahrscheinlichkeit für das Nichteintreten eines Ereignisses („Gegenereignis“)	
$V_n(k) = n^k$	Anzahl der Variationen mit Wiederholung von n Elementen zur k-ten Klasse	n, k beliebig
$V_n(k) = \frac{n!}{(n-k)!}$, wobei n!=1· 2 · 3 ·… · n	Anzahl der Variationen ohne Wiederholungen von …	$k \leq n$
$P_n = n!$	Anzahl der Permutationen von n Elementen	n beliebig (Spezialfall k=n)
$K_n(k) = \binom{n}{k}$, wobei $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	Anzahl der Kombination ohne Wiederholung von n Elementen zur k-ten Klasse	$k \leq n$
$\overline{K}_n(k) = \binom{n+k-1}{k}$	Anzahl der Kombination mit Wiederholung von…	n, k beliebig