

# Formelsammlung

## Inhalt:

- I Termumformungen
  - Potenzen und Wurzeln
  - Quadratische Gleichungen
  - Logarithmen
  - Zinseszins und Wachstum
  
- II Flächen
  - Körperberechnungen
  - Funktionen
  
- III Trigonometrie
  - Reihen
  - Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit

<b>Termumformungen</b>	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	1. Binomische Formel
	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	2. Binomische Formel
	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	3. Binomische Formel

**Potenzen und Wurzeln**

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\sqrt[n]{a^n} = a$	$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a}$ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
$a^m : a^n = a^{m-n}$	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $a^0 = 1$	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$
$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$	$a^{n-1} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[m \cdot n]{b}$	$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

**Quadratische Gleichung**

<b>Normalform: <math>x^2 + px + q = 0</math>   <math>\Rightarrow</math>   <math>x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}</math>   <math>\vee</math>   <math>x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}</math></b>				
$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 0$ $\Rightarrow$ 1 Lösung	$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q > 0$ $\Rightarrow$ 2 Lösg.	$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q < 0$ $\Rightarrow$ keine Lösung	Zerlegung in Linearfaktoren: $(x - x_1)(x - x_2) = 0$ $L_{(x)} = \{x_1, x_2\}$	Satz von Vieta: $x_1 + x_2 = -p$ $x_1 \cdot x_2 = q$

**Logarithmen**

$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b \quad (a, b > 0 \text{ und } a \neq 1)$		
$\log_a a = 1$	$\log(a \cdot b) = \log a + \log b$	$\log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \cdot \log a$
$\log_a 1 = 0$	$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$	$\log x = \log_{10} x$
$\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b$	$\log a^n = n \cdot \log a$	$\ln x = \log_e x$ ( $e = 2,718281828459\dots$ )
Umrechnung zur Basis 10: $\log_a x = \frac{\log_{10} x}{\log_{10} a}$		

**Zinseszins und Wachstum**

$K_n = K \cdot q^n \quad q = 1 + \frac{p}{100}$	Endwert einer einmaligen Zahlung K nach n Jahren bei p% Verzinsung, Anfangswert K, Faktor q, Anzahl der Jahre n
$K_n = R \cdot \left(\frac{q^n - 1}{q - 1}\right)$	Endwert regelmäßiger nachschüssiger Zahlungen, Rate R
$K_n = \frac{R \cdot q^{n-1}}{q - 1}$	Endwert regelmäßiger vorschüssiger Zahlungen
$y = a \cdot b^{\frac{x}{d}}$	Wachstumsfunktion, Anfangswert a, Wachstumsfaktor b, Vervielfachungsweite d

**Flächensätze**

**Satz des Pythagoras**

$$a^2 + b^2 = c^2$$

**Höhensatz**

$$h^2 = p \cdot q$$

**Kathetensatz**

$$a^2 = c \cdot p \quad b^2 = c \cdot q$$

**Flächen**

**Allgemeines Dreieck:**  $A = \frac{g \cdot h}{2}$

**Rechtwinkliges Dreieck:**  $A = \frac{a \cdot b}{2}$

**Quadrat**

$$A = a^2$$

**Rechteck**

$$A = a \cdot b$$

**Parallelogramm**

$$A = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

**Raute**

$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$

**Drachen**

$$A = \frac{e \cdot f}{2}$$

**Trapez**

$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

$$U = 4a$$

$$U = 2(a+b)$$

$$U = 2(a+b)$$

$$U = 4a$$

$$U = 2(a+b)$$

$$U = a+b+c+d$$

**Kreis und Kreisteile**

**Kreis-Fläche**

$$A = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

**Kreis-Umfang**

$$U = 2 \pi r = \pi d$$

**Kreisausschnitt (Sektor)**

$$A = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ}$$

$$A = \frac{b \cdot r}{2}$$

$$b = \frac{\pi r \alpha}{180^\circ}$$

**Körperberechnung**

**Pyramide**

$$O = G + M$$

$$V = \frac{1}{3} G \cdot h_k$$

**Pyramidenstumpf**

$$V = \frac{1}{3} h_k \cdot (G_1 + \sqrt{G_1 \cdot G_2} + G_2)$$

**Zylinder**

$$M = 2 \pi r \cdot h_k$$

$$O = M + 2G$$

$$V = G \cdot h_k$$

**Kegel**

$$M = \pi r \cdot s$$

$$O = G + M$$

$$V = \frac{1}{3} G \cdot h_k$$

**Kegelstumpf**

$$M = \pi s \cdot (r_1 + r_2)$$

$$V = \frac{1}{3} \pi h_k \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)$$

**Kugel**

$$O = 4 \pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

**Kugel-Ausschnitt (-Sektor)**

$$V = \frac{2}{3} \pi r^2 \cdot h_k$$

**Kugel-Abschnitt (-Segment)**

$$V = \frac{1}{3} \pi h_k^2 \cdot (3r - h_k)$$

**Kugelkappe**

$$A = 2 \pi r \cdot h_k$$

**Funktionen**

$$x \rightarrow y$$

$$x \rightarrow f(x)$$

$$y = f(x)$$

$$(x \in D, y \in W)$$

**Definition:** Die Elemente x einer Definitionsmenge D werden durch eine Zuordnungsvorschrift f den Elementen y einer Wertemenge W zugeordnet, so dass jedem Element y ∈ D genau ein Element y ∈ W entspricht.

$$y = mx + b$$

**Lineare Funktion:** Die Graphen dieser Funktionen stellen Geraden dar, die durch den Steigungsfaktor m und die Verschiebung b auf der y-Achse gekennzeichnet sind.

**Scheitelpunkt von Parabeln :**  $y = t \cdot [(x - s)^2 + r] \rightarrow S(s/t \cdot r)$

Trigonometrie		
Definitionen für spitze Winkel (im rechtwinkligen $\square ABC$ mit $\gamma = 90^\circ$ )	$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$	$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$
	$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$	$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$
Beziehungen zwischen den Kreisfunktionen		
$\sin \alpha = \cos(90^\circ - \alpha)$	$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}, \alpha \neq 90^\circ$	$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$
$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}, \alpha \neq 0^\circ$	$\tan \alpha = \cot(90^\circ - \alpha)$	$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \alpha \neq 90^\circ$
Sinussatz	Kosinussatz	Flächeninhalt eines Dreiecks
$a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$ $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$ $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$ $s_1^2 = s_2^2 + s_3^2 - 2s_2 s_3 \cos(s_2 / s_3)$	$A = \frac{1}{2} s_1 s_2 \sin(s_1 / s_2)$

Reihen		
<b>Arithmetische Reihe:</b>	Endglied $a_n = a_1 + (n-1)d$	
Arithm. Mittel $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$	Summe $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ oder:	$s_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$
<b>Geometrische Reihe:</b>	Endglied $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$	
Geometrische Mittel $a_n = \sqrt[n]{a_{n-1} \cdot a_{n+1}}$	Summe ( $q > 1$ ) $s_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$	Summe ( $q < 1$ ) $s_n = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$
Unendliche geometrische Reihe	Summe $s_n = \frac{a_1}{1 - q}$ ( $q < 1, n \rightarrow \infty$ )	

Kombinatorik/Wahrscheinlichkeit	Sprechweise:	Nebenbedingung für n und k:
$w = \frac{g}{n}$ , wobei $0 \leq w \leq 1$ $\bar{w} = 1 - w$ „Gegenwahrscheinlichkeit“	Die Wahrscheinlichkeit, mit der ein Ergebnis eintritt, ist definiert als Quotient aus der Anzahl der günstigen Fälle g und der Anzahl n der möglichen Fälle. Wahrscheinlichkeit für das Nichteintreten eines Ereignisses („Gegenereignis“)	
$V_n(k) = n^k$	Anzahl der Variationen mit Wiederholung von n Elementen zur k-ten Klasse	n, k beliebig
$V_n(k) = \frac{n!}{(n-k)!}$ , wobei $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$	Anzahl der Variationen ohne Wiederholungen von ...	$k \leq n$
$P_n = n!$	Anzahl der Permutationen von n Elementen	n beliebig (Spezialfall k=n)
$K_n(k) = \binom{n}{k}$ , wobei $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	Anzahl der Kombination ohne Wiederholung von n Elementen zur k-ten Klasse	$k \leq n$
$\bar{K}_n(k) = \binom{n+k-1}{k}$	Anzahl der Kombination mit Wiederholung von...	n, k beliebig